

Einführung in die Funktionale Programmierung:

Haskell (2)

Prof. Dr. Manfred Schmidt-Schauß

WS 2023/24

- 1 Typklassen
 - Klassen und Instanzen
 - Konstruktorklassen
 - Auflösung der Überladung
 - Erweiterung von Typklassen

- 2 Haskells hierarchisches Modulsystem

Haskells Typklassensystem

Ziele des Kapitels

- Klassen, Methoden, Ober-/Unterklassen, Vererbung
- Definition und Verwendung selbstdefinierter Typklassen
- Standardklassen und Methoden in Haskell:
Eq, Ord, Read, Show, Num
die weitverbreitet in Haskell-Modulen verwendet werden
- Auflösung der Überladung:
Übersetzung in typklassenfreies Haskell

Polymorphismus (1)

Parametrischer Polymorphismus:

- Funktion f ist für eine Menge von verschiedenen Typen definiert
- Verhalten ist für alle Typen gleich
- Implementierung ist unabhängig von den konkreten Typen
- Beispiele:
 - $(++) :: [a] \rightarrow [a] \rightarrow [a]$
kann für beliebige Listen verwendet werden
 - $(\backslash x \rightarrow x) :: a \rightarrow a$
kann auf beliebiges Argument angewendet werden
 - $\text{map} :: (a \rightarrow b) \rightarrow [a] \rightarrow [b]$
kann für passende Funktion und Listen verwendet werden

Polymorphismus (2)

Ad hoc Polymorphismus:

- Eine Funktion (bzw. Funktionsname) f wird **mehrfach für verschiedene Datentypen** definiert.
- I.a. ist die Stelligkeit fix d.h. unabhängig vom Typ.
- **Implementierungen** von f für verschiedene Typen sind **unterschiedlich**.
- Ad hoc-Polymorphismus nennt man auch **Überladung**.
- Beispiele
 - $+$, für Integer- und für Double-Werte und
 - $==$ für Bool und Integer und...
 - `map` für Listen und Bäume

Haskells **Typklassen** implementieren **Ad hoc Polymorphismus**

Typklassen und Instanzen in Haskell

- Typklasse: besteht aus
 - Name
 - Klassenfunktionen
- Instanzen: sind die Typen die zur Typklasse gehören:
zusammen mit der jeweils spezifischen Implementierung der Klassenfunktionen

Beispiel

- Typklasse: `GenericTree`
- Klassenfunktionen, z.B. `gmap`, `fold`
- (Typ-)Instanzen: `Listen`, `BBaum`, ...
- Klassenfunktions-Instanzen: `map`, `bmap`, `foldr`, `foldb`

Typklassen

In der **Klassendefinition** wird festgelegt:

- **Name** und **Typ** der Klassenfunktionen
- Optional: **Default**-Implementierungen der Klassenfunktionen

Typklassen

In der **Klassendefinition** wird festgelegt:

- **Name** und **Typ** der Klassenfunktionen
- Optional: **Default**-Implementierungen der Klassenfunktionen

Pseudo-Syntax für den Kopf:

```
class [OBERKLASSE =>] Klassenname a where  
... Typdeklarationen und Default-Implementierungen ...
```

- definiert die Klasse **Klassenname**
- **a** ist der Parameter für den Typ.
Es ist **nur eine** solche Variable erlaubt
- **OBERKLASSE** ist eine **Klassenbedingung** (optional)

Die Klasse Eq

Definition der Typklasse Eq (in Haskell bereits vorhanden)

```
class Eq a where
    (==), (/=)  ::  a -> a -> Bool

    x /= y  = not (x == y)
    x == y  = not (x /= y)
```

- Keine Klassenbedingung (d.h. es gibt keine Oberklasse)
- Klassenmethoden sind == und /=
- Es gibt Default-Implementierungen für beide Klassenmethoden: /= und == ; scheinbar zyklisch.
- Sinnvolle Instanzen sollten mindestens == oder /= definieren

Beispiel für Oberklassen - Syntax

Auszug aus der Definition der Klasse Ord: (später)

```
class (Eq a) => Ord a where
  compare      :: a -> a -> Ordering
  (<),(<=),(>=),(>) :: a -> a -> Bool
  max, min     :: a -> a -> a

  .. ..
```

Typklasseninstanz (1)

- Instanzen definieren die Klassenmethoden für einen **konkreten Typ**
- Instanzen können Default-Implementierungen **überschreiben**

Syntax für Instanzen:

```
instance [KLASSENBEDINGUNGEN => ] KLASSENINSTANZ where  
...Implementierung der Klassenmethoden ...
```

- KLASSENINSTANZ besteht aus Klasse und der Instanz,
z.B. Eq [a] oder Eq Int
Erlaubt sind nur: Tykonstruktor, oder
Tykonstruktor angewendet auf verschiedene Typ-Variablen.
- KLASSENBEDINGUNGEN optional

Typklasseninstanz (2)

Beispiele:

```
instance Eq Int where  
    (==) = primEQInt
```

Typklasseninstanz (2)

Beispiele:

```
instance Eq Int where  
    (==) = primEQInt
```

```
instance Eq Bool where  
    x == y    = (x && y) || (not x && not y)  
    x /= y    = not (x == y)
```

Typklasseninstanz (2)

Beispiele:

```
instance Eq Int where
    (==) = primEQInt
```

```
instance Eq Bool where
    x == y    = (x && y) || (not x && not y)
    x /= y    = not (x == y)
```

```
instance Eq Wochentag where
    Montag    == Montag    = True
    Dienstag == Dienstag = True
    Mittwoch  == Mittwoch  = True
    Donnerstag == Donnerstag = True
    Freitag   == Freitag   = True
    Samstag   == Samstag   = True
    Sonntag   == Sonntag   = True
    -         == -         = False
```

Typklasseninstanz (3)

Beispiel mit Klassenbedingung: (und Rekursion auf der Klassenebene)

Definiert wird was $[a]$ bedeuten soll, D.h. Liste von a .

```
instance Eq a => Eq [a] where
  []      == []      = True
  (x:xs) == (y:ys) = (x == y) && (xs == ys)
  _       == _       = False
```

- Für die Abfrage $x == y$ muss der Gleichheitstest zum Typ der Listenelemente schon definiert sein
- $\text{Eq } a \Rightarrow \text{Eq } [a]$ drückt diese Bedingung gerade aus.
- „Typ $[a]$ ist nur dann eine Instanz von Eq , wenn Typ a bereits Instanz von Eq ist“

Fehlende Definitionen

```
class Eq a where
    (==), (/=)  ::  a -> a -> Bool

    x /= y  = not (x == y)
    x == y  = not (x /= y)
```

Beispiel:

```
data RGB = Rot | Gruen | Blau
    deriving(Show)

instance Eq RGB where
```

- Instanz syntaktisch korrekt
- Keine Fehlermeldung oder Warnung (in meiner Version)
- Rot == Gruen terminiert nicht!
(wg. Schleife in der Defaultimplementierung)

Fehlende Definitionen (2)

Eigene „Eq“-Klasse

```
class MyEq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  (==)    a b = not (a /= b)
```

Nur (==) hat eine Default-Implementierung

```
instance MyEq RGB where
```

- Instanz syntaktisch korrekt
- Warnung vom Compiler (kein Fehler):

```
Warning: No explicit method nor default method for ‘/=’
In the instance declaration for ‘MyEq RGB’
```

- Rot == Gruen gibt Laufzeitfehler:

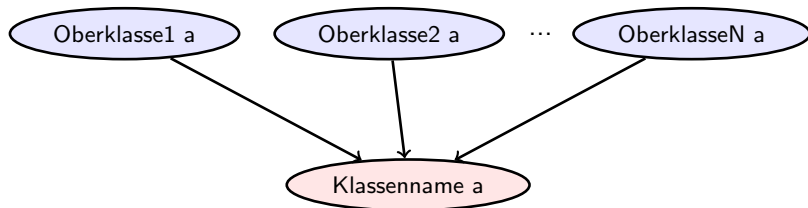
```
*Main> Rot == Gruen
```

```
*** Exception: TypklassenBeispiele.hs:37:9-16:
```

```
No instance nor default method for class operation Main.==
```

Typklassen: Vererbung

`class (Oberklasse1 a, ..., OberklasseN a) => Klassenname a where`
...



- Klassenname ist **Unterklasse** von `Oberklasse1,...,OberklasseN`
- In der Klassendefinition können die überladenen Operatoren der Oberklassen verwendet werden (da sie geerbt sind)
- Beachte: `=>` ist **nicht** als logische Implikation zu interpretieren
- Da mehrere Oberklassen erlaubt sind, ist **Mehrfachvererbung** möglich

Klasse mit Vererbung: Ord

Ord ist Unterklasse von Eq:

```

class (Eq a) => Ord a where
  compare      :: a -> a -> Ordering
  (<),(<=),(>=),(>) :: a -> a -> Bool
  max, min     :: a -> a -> a

  compare x y | x == y    = EQ
              | x <= y    = LT
              | otherwise = GT

  x <= y  = compare x y /= GT
  x <  y  = compare x y == LT
  x >= y  = compare x y /= LT
  x >  y  = compare x y == GT

  max x y | x <= y    = y
          | otherwise = x
  min x y | x <= y    = x
          | otherwise = y
  
```

Ord: lineare Ordnungen!

Ordering ist definiert als:

```
data Ordering = LT | EQ | GT
```

Instanzen müssen entweder
 <= oder compare
 definieren.

Beispiel: Instanz für Wochentag

```
instance Ord Wochentag where
  a <= b =
    (a,b) 'elem' [(a,b) | i <- [0..6],
                           let a = ys!!i,
                           b <- drop i ys]
  where ys = [Montag, Dienstag, Mittwoch,
              Donnerstag, Freitag, Samstag, Sonntag]
```

Wenn Wochentag Instanz von Enum,
dann kann man die Definition ersetzen:

```
a <= b =
  (a,b) 'elem' [(a,b) | a <- [Montag..Sonntag], b <- [a..Sonntag]]
```

Vererbung im Typsystem

Beispiel:

```
f x y = (x == y) && (x <= y)
```

Da == und <= verwendet werden würde man erwarten:

Typ von `f`?

Vererbung im Typsystem

Beispiel:

```
f x y = (x == y) && (x <= y)
```

Da == und <= verwendet werden würde man erwarten:

```
f :: (Eq a, Ord a) => a -> a -> Bool
```

Vererbung im Typsystem

Beispiel:

```
f x y = (x == y) && (x <= y)
```

Da `==` und `<=` verwendet werden würde man erwarten:

```
f :: (Eq a, Ord a) => a -> a -> Bool
```

Da `Ord` jedoch Unterklasse von `Eq`:

```
f :: Ord a => a -> a -> Bool
```

Ist aber inhaltlich das Gleiche.

Klassenbeschränkungen bei Instanzen

```
instance (Klasse1 a1, ..., KlasseN aN) => Klasse Typ where  
...
```

- Es sind mehrere Typvariablen erlaubt.
- Die Typvariablen $a_1, \dots, a_N$ müssen alle im Typ `Typ` vorkommen.
- Der Typ `Typ` kann nur sein:
ein Typkonstruktor angewendet auf verschiedene Typvariablen.

Klassenbeschränkungen bei Instanzen

```
instance (Klasse1 a1, ..., KlasseN aN) => Klasse Typ where  
...
```

- **Keine Vererbung!**
- Bedeutet: Es gibt nur dann eine Instanz, wenn es Instanzen für die Typvariablen $a_1, \dots, a_N$ der entsprechenden Klassen gibt.

Klassenbeschränkungen bei Instanzen

```
instance (Klasse1 a1, ..., KlasseN aN) => Klasse Typ where  
...
```

- **Keine Vererbung!**
- Bedeutet: Es gibt nur dann eine Instanz, wenn es Instanzen für die Typvariablen $a_1, \dots, a_N$ der entsprechenden Klassen gibt.

Beispiel:

```
instance Eq a => Eq (BBaum a) where  
  Blatt m1 == Blatt mr          = m1 == mr  
  Knoten l1 r1 == Knoten l2 r2 = l1 == l2 && r1 == r2  
  _ == _                        = False
```

Nur wenn man Blattmarkierungen vergleichen kann,
dann auch Bäume

Klassenbeschränkungen bei Instanzen (2)

```
*Main List> Blatt 1 == Blatt 2 
```

```
False
```

```
*Main List> Blatt 1 == Blatt 1 
```

```
True
```

```
*Main List> Blatt (\x ->x) == Blatt (\y -> y) 
```

```
<interactive>:1:0:
```

```
  No instance for (Eq (t -> t))
```

```
    arising from a use of '=' at <interactive>:1:0-32
```

```
Possible fix: add an instance declaration for (Eq (t -> t))
```

```
In the expression: Blatt (\ x -> x) == Blatt (\ y -> y)
```

```
In the definition of 'it':
```

```
  it = Blatt (\ x -> x) == Blatt (\ y -> y)
```

Klassenbeschränkungen bei Instanzen (3)

Beispiel mit mehreren Klassenbeschränkungen:

```
data Either a b = Left a | Right b
```

Either-Instanz für Eq:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (Either a b) where
  Left x  == Left y  = x == y -- benutzt Eq-Instanz f\"ur a
  Right x == Right y = x == y -- benutzt Eq-Instanz f\"ur b
  _       == _       = False
```

Die Klassen Read und Show

Die Klassen Read und Show dienen zum Einlesen (Parsen) und Anzeigen (Drucken) von Datentypen.

```
show :: Show a => a -> String
read :: Read a => String -> a
```

Allerdings ist read keine Klassenfunktion!

Komplizierter:

```
type ReadS a = String -> [(a,String)]
type ShowS   = String -> String
```

- reads ist wie ein Parser mit Erfolgslisten
- Diese Methode der Komposition ist schneller als geschachteltes ++: $O(n * \log(n))$ vs. quadratisch

```
reads :: Read a => ReadS a
shows :: Show a => a -> ShowS
```

Die Klassen Read und Show (2)

```
class Read a where
  readsPrec :: Int -> ReadS a
  readList  :: ReadS [a]
  -- ... default decl for readList given in Prelude

class Show a where
  showsPrec :: Int -> a -> ShowS
  show      :: a -> String
  showList  :: [a] -> ShowS

  showsPrec _ x s  = show x ++ s
  show x          = showsPrec 0 x ""
  -- ... default decl for showList given in Prelude
```

Show für BBaum

```
showBBaum :: (Show t) => BBaum t -> String
showBBaum (Blatt a)      = show a
showBBaum (Knoten l r) =
    "<" ++ showBBaum l ++ "|" ++ showBBaum r ++ ">"
```

Schlecht, da quadratische Laufzeit.

insbesondere bei tiefen baumartigen Strukturen.

Besser:

```
showBBaum' :: (Show t) => BBaum t -> String
showBBaum' b = showsBBaum b []

showsBBaum :: (Show t) => BBaum t -> ShowS
showsBBaum (Blatt a)      = shows a
showsBBaum (Knoten l r) =
    showChar '<' . showsBBaum l . showChar '|'
    . showsBBaum r . showChar '>'
```

Show für BBaum (2)

Tests:

```
*Main> last $ showBBaum t   
,>  
(73.38 secs, 23937939420 bytes)  
*Main> last $ show t  (das ist showBBaum')  
,>  
(0.16 secs, 10514996 bytes)
```

Hierbei ist `t` ein Baum mit ca. 15000 Knoten.

Show-Instanz für `BBaum a`:

```
instance Show a => Show (BBaum a) where  
  showsPrec _ = showsBBaum
```

Rand eines Baumes: analog

```
bRand (Blatt a) = [a]
bRand (Knoten links rechts) = (bRand links) ++ (bRand rechts)

-- Variante 1
bRandschnell tr = reverse (bRandschnell_r [] tr)
bRandschnell_r r (Blatt a) = (a:r)
bRandschnell_r r (Knoten links rechts) =
    bRandschnell_r (bRandschnell_r r rechts) links

-- Variante 2
bRandschnell' tr = bRandschnell'_r tr []
bRandschnell'_r (Blatt a) = \x-> (a:x)
bRandschnell'_r (Knoten links rechts) =
    (bRandschnell'_r rechts) . (bRandschnell'_r links)
```

Rand eines Baumes: analog

```
*Main> let t = genBaum [1..10000] 
```

```
*Main> :s +s 
```

```
*Main> length (bRand t)
```

```
.....
```

```
*Main> let t' = genBaum' [1..100000] 
```

```
*Main> length (bRandschnell t)
```

Read für BBaum

Elegant mit List Comprehensions:

```
instance Read a => Read (BBaum a) where
  readsPrec _ = readsBBaum

readsBBaum :: (Read a) => ReadS (BBaum a)
readsBBaum ('<':xs) =
  [(Knoten l r, rest) | (l, '|' : ys)  <- readsBBaum xs,
                       (r, '>':rest) <- readsBBaum ys]
readsBBaum s      =
  [(Blatt x, rest) | (x,rest) <- reads s]
```

Auflösung erfordert manchmal Typ

```
Prelude> read "10" 
```

```
<interactive>:1:0:
```

```
Ambiguous type variable ‘a’ in the constraint
```

```
‘Read a’ arising from a use of ‘read’ at <interactive>:1:0-8
```

```
Probable fix: add a type signature that  
fixes these type variable(s)
```

```
Prelude> (read "10")::Int   
10
```

Ähnliches Problem bei überladenen Konstanten, z.B. 0

Im GHC **Defaulting**: Für Zahlen ist dies der Typ Integer.

Klassen mit Mehrfachvererbung: Num

Num überlädt Operatoren für Zahlen:

```
class (Eq a, Show a) => Num a where
    (+), (-), (*)  :: a -> a -> a
    negate        :: a -> a
    abs, signum    :: a -> a
    fromInteger    :: Integer -> a
```

Mit fromInteger werden Zahlenkonstanten überladen, z.B.

```
length [] = 0
length (x:xs) = 1+(length xs)
```

Der Compiler kann den Typ `length :: (Num a) => [b] -> a` herleiten, da `0` eigentlich für `fromInteger (0::Integer)` steht. In Haskell: `genericLength` aus Modul `Data.List`

Die Klasse Enum

Enum ist für Typen geeignet deren Werte aufzählbar sind:

```
class Enum a where
  succ, pred      :: a -> a
  toEnum          :: Int -> a
  fromEnum        :: a -> Int
  enumFrom        :: a -> [a]           -- [n..]
  enumFromThen    :: a -> a -> [a]      -- [n,n'..]
  enumFromTo      :: a -> a -> [a]      -- [n..m]
  enumFromThenTo  :: a -> a -> a -> [a] -- [n,n'..m]
```

Die Klasse Enum (2)

Enum-Instanz für Wochentag

```
instance Enum Wochentag where
  toEnum i = tage!!(i `mod` 7)
  fromEnum t = case elemIndex t tage of
    Just i -> i

tage = [Montag,Dienstag,Mittwoch,Donnerstag,
        Freitag,Samstag,Sonntag]
```

Ein Aufruf:

```
*Main> enumFromTo Montag Sonntag 
[Montag,Dienstag,Mittwoch,Donnerstag,Freitag,Samstag,Sonntag]
*Main> [(Montag)..(Samstag)] 
[Montag,Dienstag,Mittwoch,Donnerstag,Freitag,Samstag]
```

Typisierung unter Typklassen

Syntax von polymorphen Typen ohne Typklassen

$$\mathbf{T} ::= TV \mid TC \mathbf{T}_1 \dots \mathbf{T}_n \mid \mathbf{T}_1 \rightarrow \mathbf{T}_2$$

Erweiterte Typen $\mathbf{T}_e$ mit Typklassen:

$$\mathbf{T}_e ::= \mathbf{T} \mid \mathbf{Kon} \Rightarrow \mathbf{T}$$

$\mathbf{Kon}$ ist ein Typklassenkontext:

$$\mathbf{Kon} ::= \text{Klassenname } TV \mid (\text{Klassenname}_1 TV, \dots, \text{Klassenname}_n TV)$$

Zusätzlich: Für $\mathbf{Kontext} \Rightarrow \mathbf{Typ}$ muss gelten:

Alle Typvariablen von $\mathbf{Kontext}$ kommen auch in $\mathbf{Typ}$ vor.

Z.B. $\text{elem} :: (\text{Eq } a) \Rightarrow a \rightarrow [a] \rightarrow \text{Bool}$.

Konstruktorklassen

- Die bisherigen Klassen abstrahieren über einen **Typ**
Z.B.

```
class Eq a where
  (==), (/=)  :: a -> a -> Bool
  x /= y    = not (x == y)
  x == y    = not (x /= y)
```

für die Variable **a** kann ein **Typ** eingesetzt werden.

Konstruktorklassen

- Die bisherigen Klassen abstrahieren über einen **Typ**
Z.B.

```
class Eq a where
    (==), (/=)  :: a -> a -> Bool
    x /= y    = not (x == y)
    x == y    = not (x /= y)
```

für die Variable **a** kann ein **Typ** eingesetzt werden.

- In Haskell ist es auch möglich über **Typkonstruktoren** zu abstrahieren
- Solche Klassen heißen **Konstruktorklassen**
- Zu Erinnerung: Z.B. ist **BBaum** **a** ein Typ aber **BBaum** ein Typkonstruktor.

Die Konstruktorklasse Functor

Definition der Klasse Functor:

```
class Functor f where  
    fmap :: (a -> b) -> f a -> f b
```

`f` ist eine Variable für einen Typkonstruktor.

Functor-Instanz für Listen

```
instance Functor [] where  
    fmap = map
```

Hier ist der Typkonstruktor `[]` gemeint! Wie in `[a]`

Die Konstruktorklasse Functor

Functor-Instanz für BBaum

```
instance Functor BBaum where  
  fmap = bMap
```

Bei Instanzbildung muss der Typkonstruktor BBaum und nicht der Typ (BBaum a) angegeben werden.

Die Konstruktorklasse Functor

Falsch mit `BBaum a` statt `BBaum`:

```
instance Functor (BBaum a) where  
  fmap = bMap
```

ergibt den Fehler:

Kind mis-match

The first argument of 'Functor' should have kind '`* -> *`',
but '`BBaum a`' has kind '`*`'

In the instance declaration for '`Functor (BBaum a)`'

Kinds

(“Kind” ist englisch gemeint)

- Kinds sind quasi **Typen über Typen**
- Syntax: $K ::= * \mid K \rightarrow K$
- Hierbei steht $*$ für einen Typ
- Beispiele:
 - der Typkonstruktor **BBaum** hat den Kind $* \rightarrow *$,
 - der Typ **Int** hat den Kind $*$,
 - der Typkonstruktor **Either** hat den Kind $* \rightarrow * \rightarrow *$.

Instanzen von Functor

```
instance Functor (Either a) where
  fmap f (Left a) = Left a
  fmap f (Right a) = Right (f a)
```

Beachte, dass $(\text{Either } a)$ wie ein 1-stelliger Typkonstruktor wirkt, da `Either` 2-stellig ist.

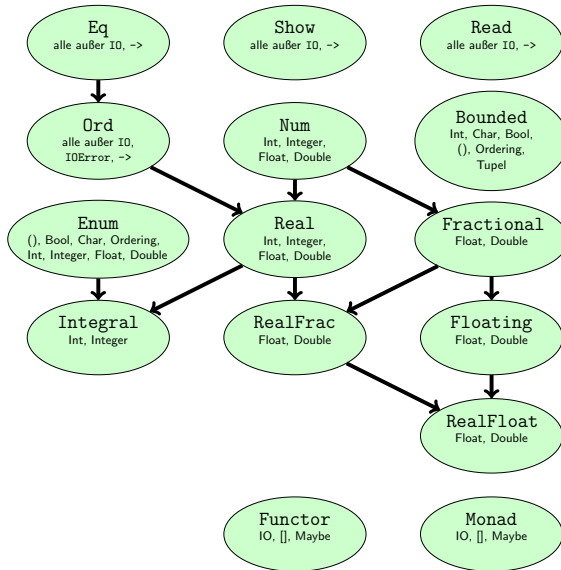
siehe `Data.Either`

```
instance Functor Maybe where
  fmap f Nothing = Nothing
  fmap f (Just a) = Just (f a)
```

Instanzen von `Functor` sollten die folgenden beiden Gesetze erfüllen:

$$\text{fmap id} = \text{id}$$
$$\text{fmap } (f \cdot g) = \text{fmap } f \cdot \text{fmap } g$$

Übersicht über einige der vordefinierten Typklassen



Neue Typklassen in Haskell ghc 7.10.2

Monoid

```
class Monoid a where
  mempty  :: a
  mappend :: a -> a -> a
  mconcat :: [a] -> a
```

Foldable

```
class Foldable (t :: * -> *) where
  fold  :: Monoid m => t m -> m
  foldMap :: Monoid m => (a -> m) -> t a -> m
  ...
```

Beispiel

```
fold :: (Foldable t, Monoid m) => t m -> m
```

Auflösung der Überladung

Empfehlung zur eigenen Recherche:

Nutzen Sie `:info <...>` im `ghc`.

z.B.:

```
Main> :info Functor
```

```
class Functor (f :: * -> *) where
  fmap :: (a -> b) -> f a -> f b
  (<$) :: a -> f b -> f a
  -- Defined in 'GHC.Base'
instance Functor (Either a) -- Defined in 'Data.Either'
instance Functor [] -- Defined in 'GHC.Base'
instance Functor Maybe -- Defined in 'GHC.Base'
instance Functor IO -- Defined in 'GHC.Base'
instance Functor ((->) r) -- Defined in 'GHC.Base'
instance Functor ((,) a) -- Defined in 'GHC.Base'
```

Auflösung der Überladung

- Irgendwann muss die richtige Implementierung für eine überladene Funktion benutzt werden
- **Early Binding:** Auflösung zur Compilezeit
- **Late Binding:** Auflösung zur Laufzeit

Zur Erinnerung:

- Parametrisch polymorph: Implementierung ist **unabhängig von** den **konkreten Typen**
- Ad hoc polymorph (Typklassen): Implementierung ist **abhängig von** den **konkreten Typen**

Auflösung der Überladung durch Typklassen

Haskellprogramm mit Typklassen



Vor-Übersetzung

Haskellprogramm ohne Typklassen

(erweiterte Datentypen)



(normale Compilation)

Programm für abstrakte Maschine

(Graphdatenstrukturen)

Auflösung der Überladung in Haskell

- Es gibt **keine Typinformation zur Laufzeit**
deshalb Auflösung zur Compilezeit.
- Diese Auflösung der Überladung ist eine **Übersetzung in typklassenfreies Haskell**.
UND: Es werden Hilfsdatenstrukturen erzeugt
UND: Funktionen bekommen tlw zusätzliche Argumente.
- Auflösung benötigt Typinformation,
daher Auflösung zusammen mit dem Typcheck.
- Typen-Ersatz für Late Binding:
Datenstruktur die „Typinformation“ enthält
- Typcheck ist notwendig für korrekte Auflösung der Überladung
Insbesondere lokale Typinformation
Auch für Optimierungen durch early Binding.

Auflösung der Überladung in Haskell

- Es gibt **keine Typinformation zur Laufzeit**
deshalb Auflösung zur Compilezeit.
- Diese Auflösung der Überladung ist eine **Übersetzung in typklassenfreies Haskell**.
UND: Es werden Hilfsdatenstrukturen erzeugt
UND: Funktionen bekommen tlw zusätzliche Argumente.
- Auflösung benötigt Typinformation,
daher Auflösung zusammen mit dem Typcheck.
- Typen-Ersatz für Late Binding:
Datenstruktur die „Typinformation“ enthält
- Typcheck ist notwendig für korrekte Auflösung der Überladung
Insbesondere lokale Typinformation
Auch für Optimierungen durch early Binding.

Auflösung der Überladung

Unser Vorgehen zur Transformation in Kernsprache:

- Wir nehmen an, dass Typinformation, auch für Unterausdrücke, vorhanden ist.
- Wir trennen jedoch Auflösung und Typcheck (Typberechnung), d.h. wir behandeln **zunächst** nur die Auflösung durch Übersetzung (late binding)

Auflösung der Überladung (2)

Erklärung anhand von Beispielen:

Auflösung von Eq

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y  = not (x == y)
  x == y  = not (x /= y)
```

Auflösung der Überladung (2)

Erklärung anhand von Beispielen:

Auflösung von Eq

```
class Eq a where
  (==), (/=)  ::  a -> a -> Bool
  x /= y    = not (x == y)
  x == y    = not (x /= y)
```

- Anstelle der Typklasse tritt eine **Datentypdefinition**:
- Dieser **Dictionary**-Datentyp ist ein **Produkttyp (record)**, der für jede Klassenmethode eine Komponente erhält.

Auflösung der Überladung (2)

Erklärung anhand von Beispielen:

Auflösung von Eq

```
class Eq a where
    (==), (/=) :: a -> a -> Bool
    x /= y  = not (x == y)
    x == y  = not (x /= y)
```

- Anstelle der Typklasse tritt eine **Datentypdefinition**:
- Dieser **Dictionary**-Datentyp ist ein **Produkttyp (record)**, der für jede Klassenmethode eine Komponente erhält.

```
data EqDict a = EqDict {
    eqEq  :: a -> a -> Bool, -- f"ur ==
    eqNeq :: a -> a -> Bool -- f"ur /=
}
```

Auflösung der Überladung (3)

Methoden bzw. Operatoren - Implementierungen:

- Sie werden als „normale“ Funktionen implementiert
- und erhalten als **zusätzliches** Argument ein Dictionary (also ein Tupel der Klassenfunktion-Implementierungen)

Anstelle der überladenen Operatoren:

Implementierung von `==`

```
overloadeq :: EqDict a -> a -> a -> Bool  
overloadeq dict a b = (eqEq dict) a b
```

Implementierung von `/=`

```
overloadeq :: EqDict a -> a -> a -> Bool  
overloadeq dict a b = (eqEq dict) a b
```

Auflösung der Überladung (4)

Beachte: bei der Übersetzung:

=====

aus

```
(==)      :: Eq a => a -> a -> Bool
```

wird:

```
overloadedeq :: EqDict a -> a -> a-> Bool
```

Überladene Funktionen können nun durch zusätzliche Dictionary-Parameter angepasst werden:

Beispiel:

```
elem :: (Eq a) => a -> [a] -> Bool
elem e []      = False
elem e (x:xs)
  | e == x      = True
  | otherwise   = elem e xs
```

⇒

```
elemEq :: EqDict a -> a -> [a] -> Bool
elemEq dict e []      = False
elemEq dict e (x:xs)
  | (eqEq dict) e x    = True
  | otherwise          = elemEq dict e xs
```

Auflösung der Überladung (5)

`... x == y...` wird zu `... overloadedeq dict x y`

Bei konkreten Typen müssen jedoch die konkreten Dictionaries eingesetzt werden

Z.B. aus

`... True == False ...`

wird

`... overloadedeq eqDictBool True False`

Auflösung der Überladung

Beispiel:

Aus

```
instance Eq Bool where
    True  == True  = True
    False == False = True
    _     == _     = False
```

wird

```
eqDictBool = EqDict {eqEq = eqBool, eqNeq = default_eqNeq}
```

und

```
eqBool True  True  = True
eqBool False False = True
eqBool _     _     = False
```

Auflösung der Überladung: Grundtypen

Übersetzung:

```
True == True
```

Typ von == ist hier
 $\text{Bool} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Bool}$

wird zu

```
overloadedeq eqDictBool True True
```

Das kann man durch Beta-Reduktion (zur Compilezeit) weiter vereinfachen:

```
eqEq eqDictBool True True
```

und zu

```
eqBool True True
```

Ergebnis: early binding bei bekanntem Grundtyp

Auflösung der Überladung: Eq auf Listen

```
instance Eq a => Eq [a] where
  ....
  x:xs == y:ys = x == y && xs == ys
```

wird als Funktion übersetzt: dict für Elemente $\mapsto$ dict für Liste

```
eqDictList:: EqDict a -> EqDict [a]
eqDictList dict = EqDict {eqEq = eqList dict,
                          eqNeq = default_eqNeq (eqDictList dict)}  where

  eqList .... =
  eqList dict (x:xs) (y:ys)
    = overloadedeq dict x y && overloadedeq (eqDictList dict) xs ys
```

Auflösung der Überladung: Defaults

Default-Implementierungen:

falls Klassenmethoden nicht bei `instance` angegeben:

Hier für die `Eq`-Typklasse

```
-- Default-Implementierung f"ur ==:  
default_eqEq eqDict x y = not (eqNeq eqDict x y)
```

```
-- Default-Implementierung f"ur /=:  
default_eqNeq eqDict x y = not (eqEq eqDict x y)
```

Auflösung der Überladung (6)

Weitere Beispiele für konkrete Dictionaries

Auflösung der Überladung (6)

Weitere Beispiele für konkrete Dictionaries

Aus der Instanzdefinition:

```
instance Eq Wochentag where
  Montag    == Montag    = True
  Dienstag == Dienstag = True
  Mittwoch  == Mittwoch  = True
  Donnerstag == Donnerstag = True
  Freitag   == Freitag   = True
  Samstag   == Samstag   = True
  Sonntag   == Sonntag   = True
  -         == -         = False
```

⇒

```
eqDictWochentag :: EqDict Wochentag
eqDictWochentag =
  EqDict {
    eqEq = eqW,
    eqNeq = default_eqNeq eqDictWochentag
  }
  where eqW Montag    Montag    = True
        eqW Dienstag Dienstag = True
        eqW Mittwoch  Mittwoch  = True
        eqW Donnerstag Donnerstag = True
        eqW Freitag   Freitag   = True
        eqW Samstag   Samstag   = True
        eqW Sonntag   Sonntag   = True
        eqW -         -         = False
```

Beachte die Verwendung der Default-Implementierung für eqNeq

Auflösung der Überladung (7)

Eq-Dictionary für Ordering

```
instance Eq Ordering where
  LT == LT = True
  EQ == EQ = True
  GT == GT = True
  _  == _  = False
```

 $\Rightarrow$

```
eqDictOrdering :: EqDict Ordering
eqDictOrdering =
  EqDict {
    eqEq = eqOrdering,
    eqNeq = default_eqNeq eqDictOrdering
  }
  where
    eqOrdering LT LT = True
    eqOrdering EQ EQ = True
    eqOrdering GT GT = True
    eqOrdering _ _ = False
```

Auflösung der Überladung (8)

Instanzen mit Klassenbeschränkungen:

```
instance Eq a => Eq (BBaum a) where
  Blatt a == Blatt b           = a == b
  Knoten l1 r1 == Knoten l2 r2 = l1 == l2 && r1 == r2
  _ == _                       = False
```

Auflösung: das Dictionary für `BBaum a` ist **eine Funktion**,
Diese erhält das Dictionary für `a` als Argument:

```
eqDictBBaum :: EqDict a -> EqDict (BBaum a)
eqDictBBaum dict = EqDict {
    eqEq    = eqBBaum dict,
    eqNeq   = default_eqNeq (eqDictBBaum dict)
}

where
  eqBBaum dict (Blatt a) (Blatt b) =
    overloadedeq dict a b -- hier Eq-Dictionary f"ur dict
  eqBBaum dict (Knoten l1 r1) (Knoten l2 r2) =
    eqBBaum dict l1 l2 && eqBBaum dict r1 r2
  eqBBaum dict x y = False
```

Auflösung der Überladung (9)

Auflösung bei **Unterklassen**:

Der Datentyp enthält die Dictionaries der Oberklassen

```
class (Eq a) => Ord a where
  compare    :: a -> a -> Ordering
  (<), (<=),
  (>=), (>) :: a -> a -> Bool
  max, min   :: a -> a -> a
```

```
compare x y | x == y    = EQ
             | x <= y    = LT
             | otherwise = GT
```

```
x <= y = compare x y /= GT
x < y  = compare x y == LT
x >= y = compare x y /= LT
x > y  = compare x y == GT
```

```
max x y | x <= y    = y
        | otherwise = x
min x y | x <= y    = x
        | otherwise = y
```



```
data OrdDict a =
  OrdDict {
    eqDict :: EqDict a,    -- Dictionary
                        -- der Oberklasse
    ordCompare :: a -> a -> Ordering,
    ordL      :: a -> a -> Bool,
    ordLT     :: a -> a -> Bool,
    ordGT     :: a -> a -> Bool,
    ordG      :: a -> a -> Bool,
    ordMax    :: a -> a -> a,
    ordMin    :: a -> a -> a
  }
```

Auflösung der Überladung (10)

Übersetzung der Default-Implementierungen:

```
compare x y | x == y    = EQ
            | x <= y    = LT
            | otherwise = GT
```

⇒

```
default_ordCompare dictOrd x y
  | (eqEq (eqDict dictOrd)) x y = EQ
  | (ordLT dictOrd) x y         = LT
  | otherwise                   = GT
```

```
x <= y = compare x y /= GT
```

⇒

```
default_ordLT dictOrd x y =
  let compare = (ordCompare dictOrd)
      nequal   = eqNeq (eqDictOrdering)
  in (compare x y) 'nequal' GT
```

```
x < y = compare x y == LT
```

⇒

```
default_ordL dictOrd x y =
  let compare = (ordCompare dictOrd)
      equal    = eqEq eqDictOrdering
  in (compare x y) 'equal' LT
```

usw.

Auflösung der Überladung (11)

Ord-Dictionary für Wochentag:

```
instance Ord Wochentag where
```

```
  a <= b =
```

```
    (a,b) 'elem' [(a,b) | i <- [0..6], let a = ys!!i, b <- drop i ys]
```

```
  where ys = [Montag,Dienstag,Mittwoch,Donnerstag,Freitag,Samstag,Sonntag]
```

⇒

```
ordDictWochentag = OrdDict {
```

```
  eqDict = eqDictWochentag,
```

```
  ordCompare = default_ordCompare ordDictWochentag,
```

```
  ordL = default_ordL ordDictWochentag,
```

```
  ordLT = wt_lt,
```

```
  ordGT = default_ordGT ordDictWochentag,
```

```
  ordG = default_ordG ordDictWochentag,
```

```
  ordMax = default_ordMax ordDictWochentag,
```

```
  ordMin = default_ordMin ordDictWochentag
```

```
}
```

```
where
```

```
  wt_lt a b =
```

```
    (a,b) 'elem' [(a,b) | i <- [0..6], let a = ys!!i, b <- drop i ys]
```

```
  ys = [Montag, Dienstag, Mittwoch, Donnerstag, Freitag, Samstag, Sonntag]
```

Auflösung der Überladung (11)

Konstruktorklassen:

```
class Functor f where  
    fmap :: (a -> b) -> f a -> f b
```

Typvariablen a und b müssen dem Dictionary hinzugefügt werden:

```
data FunctorDict a b f = FunctorDict {  
    functorFmap :: (a -> b) -> f a -> f b}
```

Die überladene fmap-Funktion nach der Übersetzung:

```
overloaded_fmap :: (FunctorDict a b f) -> (a -> b) -> f a -> f b  
overloaded_fmap dict = functorFmap dict
```

Instanz für BBaum:

```
functorDictBBaum = FunctorDict {functorFmap = bMap}
```

Erweiterung von Typklassen

Multiparameter Klassen

- Haskell erlaubt nur eine „Kind“-Variable in der Klassendeklaration
- Multiparameter-Klassen erlauben auch mehrere „Kind“-Variablen, z.B.

```
class Indexed c a i where  
  sub :: c -> i -> a  
  idx :: c -> a -> Maybe i
```

- Überlappende bzw. flexible Instanzen sind in Haskell verboten:

```
instance Eq (Bool,Bool) where  
  (a,b) == (c,d) = ...
```

- Funktionale Abhängigkeiten

```
class MyClass a b | a -> b where
```

bedeutet in etwa: Der Typ `b` wird durch den Typ `a` bestimmt.

Problem fast aller Erweiterungen: **Typsystem wird unentscheidbar!**

Haskells hierarchisches Modulsystem

Aufgaben von Modulen

- Strukturierung / Hierarchisierung
- Kapselung
- Wiederverwendbarkeit

Moduldefinition in Haskell

```
module Modulname(Exportliste) where
    Modulimporte,
    Datentypdefinitionen,
    Funktionsdefinitionen, ... } Modulrumpf
```

- Name des Moduls muss mit Großbuchstaben beginnen
- Exportliste enthält die nach außen sichtbaren Funktionen und Datentypen
- Dateiname = Modulname.hs (bei hierarchischen Modulen Pfad+Dateiname = Modulname.hs)
- Ausgezeichnetes Modul `Main` muss Funktion `main :: IO ()` exportieren

Beispiel:

```
module Spiel where
  data Ergebnis = Sieg | Niederlage | Unentschieden
  berechneErgebnis a b = if a > b then Sieg
                        else if a < b then Niederlage
                        else Unentschieden

  istSieg Sieg = True
  istSieg _    = False
  istNiederlage Niederlage = True
  istNiederlage _          = False
```

- Da keine Exportliste: Es werden alle Funktionen und Datentypen exportiert
- Außer importierte

Exporte

Exportliste kann enthalten

- Funktionsname (in Präfix-Schreibweise) Z.B.: ausschließlich `berechneErgebnis` wird exportiert

```
module Spiel(berechneErgebnis) where
```

- Datentypen mittels `data` oder `newtype`, drei Möglichkeiten
 - Nur Ergebnis in die Exportliste:

```
module Spiel(Ergebnis) where
```

Typ `Ergebnis` wird exportiert, die Datenkonstruktoren, d.h. `Sieg`, `Niederlage`, `Unentschieden` jedoch nicht

- ```
module Spiel(Ergebnis(Sieg, Niederlage))
```

Typ `Ergebnis` und die Konstruktoren `Sieg` und `Niederlage` werden exportiert, nicht jedoch `Unentschieden`.
- Durch den Eintrag `Ergebnis(..)`, wird der Typ mit sämtlichen Konstruktoren exportiert.

# Exporte (2)

Exportliste kann enthalten

- Typsynonyme, die mit `type` definiert wurden

```
module Spiel(Result) where
... wie vorher ...
type Result = Ergebnis
```

- Importierte Module:

```
module Game(module Spiel, Result) where
import Spiel
type Result = Ergebnis
```

`Game` exportiert alle Funktionen, Datentypen und Konstruktoren, die auch `Spiel` exportiert sowie zusätzlich noch den Typ `Result`.

# Importe

Einfachste Form: Importiert alle Einträge der Exportliste

```
import Modulname
```

Andere Möglichkeiten:

- Explizites Auflisten der zu importierenden Einträge:

```
module Game where
 import Spiel(berechneErgebnis, Ergebnis(..))
 ...
```

- Explizites Ausschließen einzelner Einträge:

```
module Game where
 import Spiel hiding(istSieg,istNiederlage)
 ...
```

## Importe (2)

So importierte Funktionen und Datentypen sind mit ihrem unqualifizierten und ihrem qualifizierten Namen ansprechbar.  
Qualifizierter Name: *Modulname.unqualifizierter Name*

```
module A(f) where
 f a b = a + b
module B(f) where
 f a b = a * b
module C where
 import A
 import B
 g = f 1 2 + f 3 4 -- funktioniert nicht!
```

```
Prelude> :l C.hs
```



```
ERROR C.hs:4 - Ambiguous variable occurrence "f"
*** Could refer to: B.f A.f
```

# Importe (3)

Mit qualifizierten Namen funktioniert es:

```
module C where
 import A
 import B
 g = A.f 1 2 + B.f 3 4
```

Mit Schlüsselwort `qualified` kann man nur die qualifizierten Namen importieren:

```
module C where
 import qualified A
 g = f 1 2 -- f ist nicht sichtbar
```

```
Prelude> :l C.hs 
```

```
ERROR C.hs:3 - Undefined variable "f"
```

# Importe (4)

**Lokale Aliase:** Schlüsselwort `as`:

```
import LangerModulName as C
```

# Importe (5)

## Übersicht:

| Import-Deklaration                         | definierte Namen                                                      |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| <code>import M</code>                      | <code>f</code> , <code>g</code> , <code>M.f</code> , <code>M.g</code> |
| <code>import M()</code>                    | keine                                                                 |
| <code>import M(f)</code>                   | <code>f</code> , <code>M.f</code>                                     |
| <code>import qualified M</code>            | <code>M.f</code> , <code>M.g</code>                                   |
| <code>import qualified M()</code>          | keine                                                                 |
| <code>import qualified M(f)</code>         | <code>M.f</code>                                                      |
| <code>import M hiding ()</code>            | <code>f</code> , <code>g</code> , <code>M.f</code> , <code>M.g</code> |
| <code>import M hiding (f)</code>           | <code>g</code> , <code>M.g</code>                                     |
| <code>import qualified M hiding ()</code>  | <code>M.f</code> , <code>M.g</code>                                   |
| <code>import qualified M hiding (f)</code> | <code>M.g</code>                                                      |
| <code>import M as N</code>                 | <code>f</code> , <code>g</code> , <code>N.f</code> , <code>N.g</code> |
| <code>import M as N(f)</code>              | <code>f</code> , <code>N.f</code>                                     |
| <code>import qualified M as N</code>       | <code>N.f</code> , <code>N.g</code>                                   |

- Modulnamen mit Punkten versehen geben Hierarchie an: z.B.

```
module A.B.C
```

- Allerdings ist das rein syntaktisch (es gibt keine Beziehung zwischen Modul A.B und A.B.C)
- Beim Import:

```
import A.B.C
```

sucht der Compiler nach dem File namens C.hs im Pfad A/B/