Einführung in die funktionale Programmierung

Wintersemester 2021/2022

Aufgabenblatt Nr. 2

Abgabe: Montag 15. November 2021

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei C der Kontext $\lambda x.\lambda y.x (y \lambda x.[\cdot])$ und D der Kontext $\lambda z.[\cdot]$.

Schreiben Sie die folgenden Ausdrücke komplett aus und benennen Sie sie um, sodass die Distinct-Variable-Convention erfüllt ist:

- $C[(y \ x)]$ (3 Punkte)
- $C[D[z]]$ (3 Punkte)
- $D[C[\lambda x.(x \ y)]]$ (4 Punkte)

Aufgabe 2 (30 Punkte)

Seien s_1 und s_2 die folgenden definierten Ausdrücke des Lambda-Kalküls:

$$s_1 = ((\lambda x.\lambda y.y (y \ x)) ((\lambda z.\lambda u.u \ z) (\lambda w.w))) (\lambda v.v)$$

$$s_2 = ((\lambda f.\lambda x.f (f \ x)) ((\lambda u.\lambda v.\lambda w.w) \lambda z.z)) (\lambda y.y)$$

- a) – Geben sie alle *Reduktionskontexte* R mit $\exists t : R[t] = s_1$ an.
– Geben sie alle *CBV-Reduktionskontexte* E mit $\exists t : E[t] = s_1$ an. (10 Punkte)
- b) Werten Sie s_2 mit *Normalordnungsreduktionen* bis zur WHNF aus. (10 Punkte)
- c) Werten Sie s_2 mit *Anwendungsordnungsreduktionen* bis zur WHNF aus. (10 Punkte)
- d) Betrachten sie die folgende sogenannte η -Reduktion. Geben Sie zwei Beispielausdrücke für t an, für die sich links und rechts inhaltlich verschiedene Lambdaausdrücke ergeben. Geben Sie auch zwei Beispielausdrücke an, für die die beiden Ausdrücke vermutlich “gleich” sind. (Bonus: 10 Punkte)

$$\lambda x.t \ x \rightarrow t$$

Hinweis: untersuchen sie die verschiedenen Strukturen: Variable, Anwendung, Abstraktion.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei der folgende KFPT-Ausdruck t :

$$t = \text{case}_{\text{List}} (\text{Cons True Nil}) \text{ of } \{ \\ \text{Nil} \rightarrow \text{Nil}; \\ \text{Cons } x \ z \rightarrow \text{case}_{\text{List}} \ z \ \text{of } \{ \\ \text{Nil} \rightarrow \text{Nil}; \\ \text{Cons } y \ ys \rightarrow \text{Cons } y \ \text{Nil} \\ \} \\ \}$$

Zeichnen Sie den zum Ausdruck t zugehörigen Termgraphen gemäß der Darstellung aus dem Skript.