

# Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung

Sommersemester 2024

## Aufgabenblatt Nr. 3 KILOG

Abgabe: Montag 3.6.

### Aufgabe 1 (20 Punkte)

Wir betrachten die prädikatenlogische Formel

$$F := (\neg\exists x. \neg P(f(x))) \wedge \neg P(y)$$

mit der Signatur  $\Sigma = (\mathcal{F}, \mathcal{P}) = (\{f\}, \{P\})$  und der Menge  $V = \{x, y\}$  von Variablen.

- Geben Sie ein Modell für  $F$  an, das heißt: eine Interpretation  $I = (\mathcal{S}, I_V)$  bestehend aus einer  $\Sigma$ -Struktur  $\mathcal{S}$  und einer Variablenbelegung  $I_V$ , sodass  $I$  die Formel  $F$  wahr macht. (10 Punkte)
- Beweisen Sie, dass es kein Modell für  $F$  gibt, dessen Trägermenge nur ein Element enthält. (10 Punkte)

### Aufgabe 2 (20 Punkte)

Transformieren Sie die folgende prädikatenlogische Formel in Klauselnormalform unter Erhaltung der Erfüllbarkeit.

$$\left[ \forall x : \left( [\forall y : Q(x, y)] \implies P(f(x)) \right) \right] \vee \left[ \exists z : \left( [\neg\exists y : P(y)] \wedge Q(f(z), z) \right) \right]$$

Verwenden Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, das heißt: führen Sie die folgenden sieben Schritte durch:

- Elimination von  $\Leftrightarrow$  und  $\Rightarrow$ .
- Negationen nach innen schieben.
- Skopus von Quantoren minimieren.
- Gebundene Variablen umbenennen.
- Elimination der Existenzquantoren mittels Skolemisierung.
- Allquantoren löschen.
- $\wedge$  nach außen schieben.

Geben Sie sämtliche Zwischenresultate an.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie die folgenden Aussagen zu Himmelskörpern (HK) als prädikatenlogische Formeln an. Geben Sie auch ein kleinstes Modell an.

- Es gibt HK, die einen anderen HK umkreisen.
- Wenn ein HK1 den Himmelskörper HK2 umkreist, dann umkreist HK2 nicht den Himmelskörper HK1.
- Wenn ein HK1 den Himmelskörper HK2 umkreist und HK2 den Himmelskörper HK3, dann umkreist HK1 auch den Himmelskörper HK3.
- Es gibt HK, die nicht umkreist werden.

Geben Sie eine weitere Aussage an, die bewirkt, dass es unendliche viele Himmelskörper gibt (mit Begründung).

(10 Extrapunkte)