

Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung

Sommersemester 2024

Aufgabenblatt Nr. 1 KILOG

Abgabe: Montag 29. April 2024

Aufgabe 1 (5+5+10 Punkte)

Handelt es sich bei den folgenden Aussagen um Tautologien? Beweisen Sie Ihre Antwort.

- (i) $(A \wedge (A \implies B)) \implies B$
- (ii) $((A \wedge B \wedge C) \iff C) \vee (\neg A) \vee (\neg B)$
- (iii) $(A \vee B \vee C) \implies (A \wedge B \wedge C)$
- (iv) $(A \wedge B \wedge C) \implies (A \vee B \vee C)$]

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Betrachten Sie einen Würfel, der aus $2 \times 2 \times 2$ kleinen Würfeln besteht, die jeweils die halbe Kantenlänge haben. Die kleinen Würfel können weiß oder schwarz sein. Eine Würfelebene besteht aus 4 kleinen Würfeln.

- Geben Sie eine aussagenlogische Formel an, deren Gültigkeit äquivalent dazu ist, dass in einer Würfelebene genau drei von den vier kleinen Würfel schwarz sind. Benutzen Sie dazu die Namen $W_{000} \dots W_{111}$ für die kleinen Würfel, wobei W_{xyz} wahr ist, wenn der kleine Würfel mit Koordinate (x, y, z) weiß ist.
- Formulieren Sie in Aussagenlogik die Frage: Gibt es eine Zusammensetzung des großen Würfels, so dass in jeder Ebene genau drei der vier kleinen Würfel schwarz sind? Hierbei ist gemeint dass es in x-Richtung, in y-Richtung und in z-Richtung gilt.
- (Zusatz 5 Punkte) Eine Verallgemeinerung auf einen $3 \times 3 \times 3$ Würfel ist: In allen Außenflächen sind genau 7 schwarze Würfel. Skizzieren Sie die Formulierung der Frage in Aussagenlogik. Gibt es eine Lösung? Wie sehen die anderen Lösungen aus?

Aufgabe 3 (15 Punkte)

Gegeben sei die folgende aussagenlogische Formel

$$(X \implies (Y \implies (X \wedge Y))) \implies \neg((A \wedge (A \implies B)) \implies B)$$

Überführen Sie die Formel in eine äquivalente Formel in CNF, indem Sie im ersten Schritt Äquivalenzen und Implikationen entfernen, anschließend Negationen nach innen schieben und im letzten Schritt Distributivität, Assoziativität und Kommutativität von \vee und \wedge iterativ anwenden, um \wedge nach außen zu schieben.