

Logikbasierte Systeme der Wissensverarbeitung

Sommersemester 2022

Aufgabenblatt Nr. 3 KILOG

Abgabe: Montag 23.5. 10:00

Aufgabe 1 (20 Punkte)

Wir betrachten die prädikatenlogische Formel

$$F := (\neg \exists x. \neg P(f(x))) \wedge \neg P(y)$$

mit der Signatur $\Sigma = (\mathcal{F}, \mathcal{P}) = (\{f\}, \{P\})$ und der Menge $V = \{x, y\}$ von Variablen.

- Geben Sie ein Modell für F an, das heißt: eine Interpretation $I = (\mathcal{S}, I_V)$ bestehend aus einer Σ -Struktur \mathcal{S} und einer Variablenbelegung I_V , sodass I die Formel F wahr macht. (10 Punkte)
- Beweisen Sie, dass es kein Modell für F gibt, dessen Trägermenge nur ein Element enthält. (10 Punkte)

Aufgabe 2 (20 Punkte)

Transformieren Sie die folgende prädikatenlogische Formel in Klauselnormalform unter Erhaltung der Erfüllbarkeit.

$$\left[\forall x : \left([\forall y : Q(x, y)] \implies P(f(x)) \right) \right] \vee \left[\exists z : \left([\neg \exists y : P(y)] \wedge Q(f(z), z) \right) \right]$$

Verwenden Sie das in der Vorlesung vorgestellte Verfahren, das heißt: führen Sie die folgenden sieben Schritte durch:

1. Elimination von \Leftrightarrow und \Rightarrow .
2. Negationen nach innen schieben.
3. Skopus von Quantoren minimieren.
4. Gebundene Variablen umbenennen.
5. Elimination der Existenzquantoren mittels Skolemisierung.
6. Allquantoren löschen.
7. \wedge nach außen schieben.

Geben Sie sämtliche Zwischenresultate an.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Geben Sie die folgenden Aussagen als prädikatenlogische Formel an:

- Jeder mag sich selbst.
- Jeder unterstützt sich selbst.
- Jeder der jemanden mag, der den Präsidenten unterstützt, unterstützt selbst den Präsidenten nicht.